

No. of Printed Pages : 12

Roll No. ....

May/June 2015

3K-BSN-2A

APPLIED MATHEMATICS-II

Time Allowed : 3 Hours

Max. Marks : 100

- Note : 1. 'Part-A' may be attempted in first 6 pages of Answer-sheet.
2. 'Part-B' in rest of the sheets of Answer-sheet.
  3. The question paper consists of two parts, namely, Part-A & Part-B.
  4. A candidate has to attempt both parts.
  5. Part-A consists of two questions and Part-B consists of 5 questions.
  6. Answer may be given in Hindi or English language.

[Part - A]

Answer any 10 questions.  $2 \times 10 = 20$

1. (i) Evaluate :

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^5 - 1}{x - 1}$$

(ii) If

$$y = x^3 + 3 \cos x + e^x + \log 5x + 1,$$

find  $\frac{dy}{dx}$

3K-BSN-2A

(2)

1600

(iii) Find the slope of the tangent to the curve  $y^2 = ax^3$  at the point (2, 3)

(iv) Evaluate :

$$\int \frac{1}{x^2+9} dx$$

(v) Find the value of

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^2 x \, dx$$

(vi) Write conjugate of

$$\frac{(2+i3)(1+i)}{(1-i)}$$

in the form  $a + ib$

(vii) Draw the phasor for

$$-20\cos(\omega t + 30^\circ)$$

(viii) For

$$f(x, y) = ax^2 + 2hxy + by^2,$$

(a, h, b are constants),

$$\text{find } \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}$$

(ix) Find the degree and order of the differentiate equation

$$\frac{d^2 y}{dx^2} + 2 \left( \frac{dy}{dx} \right)^2 + y = \sin x$$

3K-BSN-2A

(3)

1600

(x) The admittance and current of a circuit are given by the complex numbers  $7+5j$  and  $17-6j$  respectively. Find the voltage of the circuit.

(xi) Find the mean value of the function

$$y = 2\sqrt{x} \text{ over the range } 0 \leq x \leq 4.$$

(xii) Evaluate :

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{\tan 3x}$$

(xiii) Write the C.F. for the differential equation

$$(D^2 - 4)y = x \sin x$$

(xiv) Write

$$\frac{2+6\sqrt{3}i}{5+\sqrt{3}i}$$

in polar form.

2. Answer any 5 parts.

5x4 = 20

(i) Find

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{a^x - b^x}{x}$$

(ii) Differentiate  $\sin 3x$  from first principles.

(iii) If

$$x = a(t + \sin t), \text{ and}$$

$$y = a(1 - \cos t),$$

$$\text{find } \frac{dy}{dx} \text{ at } t = \frac{\pi}{2}.$$

(iv) Evaluate :

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos x \, dx}{(1 + \sin x)(2 + \sin x)}$$

(v) Solve :

$$(1 + y^2) \, dx = (\tan^{-1}y - x) \, dy$$

(vi) If

$$(x^2y - 2) + i(x + 2xy - 5) = 0,$$

find  $x$  and  $y$ .

(vii) If  $z = f(x, y)$  is a homogenous function

in  $x$  &  $y$  of degree  $n$ , then prove that

$$x \frac{\partial z}{\partial x} + y \frac{\partial z}{\partial y} = nz$$

(viii) Solve :

$$(4D^2 + 4D - 3)y = e^{2x}$$

[Part - B]

Answer any 3 questions.

3×20 = 60

3. (a) If

$$y = (\sin x)^{\cos x} + (\cos x)^{\sin x},$$

$$\text{find } \frac{dy}{dx}$$

(b) Find the maximum and minimum values

of the function

$$y = 2x^3 - 9x^2 + 12x + 6$$

4. (a)

Find the volume of the solid obtained, if the area enclosed between the parabola  $y^2 = 4x$ ,  $x$ -axis and the ordinate  $x = 3$ , is revolved about  $x$ -axis.

(b) Evaluate :

$$\int \frac{1}{\sqrt{x^2 + 2x - 3}} \, dx$$

5. (a)

The charge  $q$  on a capacitor is given by the differential equation

$$\frac{d^2q}{dt^2} + 8 \frac{dq}{dt} + 25q = 25 \sin 3t.$$

Find the expression for the charge, if initially both the charge and the current is zero.

(b) Solve :

$$\frac{dy}{dx} = e^{x-y} + x^2 e^{-y}$$

if  $y = 1$  at  $x = 1$

6. (a)

If

$$u + iv = \sin^{-1}(x + iy)$$

prove that

$$\frac{x^2}{\cosh^2 u} + \frac{y^2}{\sinh^2 u} = 1$$

(b) Given

$$u = \sin \left( \frac{x}{y} \right),$$

$$x = e^t \text{ \& } y = t^2,$$

find  $\frac{du}{dt}$ .

7. (a) The impedances  $Z_1 = 100 \angle 20^\circ \Omega$  and  $Z_2 = 50 \angle -50^\circ \Omega$  are connected in series. Find the total impedance in polar form.

- (b) If  $u = \tan^{-1} \frac{x^3 + y^3}{x + y}$ ,  
prove that  
 $x \frac{\partial u}{\partial x} + y \frac{\partial u}{\partial y} = \sin 2u$

(हिन्दी रूपान्तरण)

नोट- 1. 'भाग-अ' के उत्तर, उत्तर-पुस्तिका के पहले 6 पृष्ठों पर ही दें।

2. 'भाग-ब' के उत्तर, उत्तर पुस्तिका के बाकी पृष्ठों पर दें।
3. परीक्षार्थी को दोनों ही भाग करने हैं।
4. इस प्रश्न-पत्र के 2 भाग हैं, भाग (अ) एवं भाग (ब)।
5. भाग (अ) में 2 प्रश्न एवं भाग (ब) में 5 प्रश्न हैं।  
(भाग-अ)

किन्हीं दस प्रश्नों के उत्तर दीजिए।  $2 \times 10 = 20$

1. (i)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^5 - 1}{x - 1}$   
का मान ज्ञात करो।

(ii) यदि

$$y = x^3 + 3 \cos x + e^x + \log 5x + 1,$$

$\frac{dy}{dx}$  ज्ञात करो।

- (iii) बिन्दु (2, 3) पर वक्र  $y^2 = ax^3$  स्पर्श रेखा का ढाल ज्ञात करो।

- (iv)  $\int \frac{1}{x^2 + 9} dx$   
का मान ज्ञात करो।

- (v)  $\int_0^{\pi} \sin^2 x dx$   
का मान ज्ञात करो।

(vi)  $a + ib$  रूप में

$$\frac{(2+i3)(1+i)}{(1-i)}$$

का संयुग्मी लिखो।

(vii)  $-20\cos(\omega t + 30^\circ)$ 

के लिये फेजर खींचो।

(viii)  $f(x, y) = ax^2 + 2phxy + by^2$ ,

(a, h, b अचर है),

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}$$

ज्ञात करो।

$$(ix) \frac{d^2 y}{dx^2} + 2 \left( \frac{dy}{dx} \right)^2 + y = \sin x$$

अवकल समीकरण के लिये कोटि और अनुक्रम ज्ञात करो।

(x) एक परिपथ की प्रवेशता और धारा क्रमशः समिश्र

संख्याओं  $7+5j$  और  $17-6j$  द्वारा दिये गये हैं।

परिपथ का वोल्टेज ज्ञात करो।

(xi)  $0 \leq x \leq 4$  रेंज के आर-पार फलन  $y = 2\sqrt{x}$  का

माध्य मान ज्ञात करो।

$$(xii) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{\tan 3x}$$

का मान ज्ञात करो।

(xiii)  $(D^2 - 4)y = x \sin x$ 

अवकल समीकरण के लिये C.F. लिखो।

$$(xiv) \frac{2 + 6\sqrt{3}i}{5 + \sqrt{3}i}$$

को ध्रुवीय रूप में लिखो।

2.

किन्हीं पांच प्रश्नों के उत्तर लिखो।

5×4 = 20

(i) ज्ञात करो :

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{a^x - b^x}{x}$$

(ii) फर्स्ट प्रिंसिपल से  $\sin 3x$  का अवकलन कीजिये।

(iii) यदि

$$x = a(t + \sin t) \text{ और}$$

$$y = a(1 - \cos t)$$

ज्ञात कीजिये बिन्दु  $\frac{dy}{dx}$   $t = \frac{\pi}{2}$  पर

$$(iv) \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos x \, dx}{(1 + \sin x)(2 + \sin x)}$$

का मान ज्ञात करो।

(v) हल करो :

$$(1 + y^2) dx = (\tan^{-1}y - x) dy$$

(vi) यदि

$$(x^2y - 2) + i(x + 2xy - 5) = 0,$$

x और y ज्ञात करो।

(vii) n कोटि का x और y में यदि  $z = f(x, y)$  एक

समंतीय फलन है, तब सिद्ध करो

$$x \frac{\partial z}{\partial x} + y \frac{\partial z}{\partial y} = nz$$

(viii) हल करो :

$$(4D^2 + 4D - 3)y = e^{2x}$$

[भाग-ब] ]

किन्हीं तीन प्रश्नों के उत्तर दीजिए।

3×20 = 60

3. (a) यदि

$$y = (\sin x)^{\cos x} + (\cos x)^{\sin x},$$

ज्ञात करो  $\frac{dy}{dx}$ 

(b) फलन

$$y = 2x^3 - 9x^2 + 12x + 6$$

के अधिकतम और न्यूनतम मान ज्ञात करो।

4. (a) x-अक्ष पर घुमान परवलय  $y^2 = 4x$ , x-अक्ष औरकोटि अंश  $x = 3$  से घिरे क्षेत्र को x-अक्ष पर घुमाने

से प्राप्त ठोस का आयतन ज्ञात करो।

$$(b) \int \frac{1}{\sqrt{x^2 + 2x - 3}} dx$$

का मान ज्ञात करो।

5. (a) अवकल समीकरण

$$\frac{d^2q}{dt^2} + 8 \frac{dq}{dt} + 25q = 25 \sin 3t.$$

द्वारा कोपेस्टर पर आवेश q दिया गया है। आवेश का

व्यंजक ज्ञात करो। यदि आवेश और धारा दोनों प्रारम्भ

में शून्य हैं।

(b) यदि  $x = 1$  पर  $y = 1$ ,

हल करो

$$\frac{dy}{dx} = e^{x-y} + x^2 e^{-y}$$

6. (a) यदि

$$u + iv = \sin^{-1}(x + iy)$$

सिद्ध करो

$$\frac{x^2}{\cos h^2 u} + \frac{y^2}{\sin h^2 u} = 1$$

(b) दिया है

$$u = \sin \left( \frac{x}{y} \right),$$

$$x = e^t \text{ और } y = t^2,$$

$\frac{du}{dt}$  ज्ञात करो

7. (a) दो अवबाधिकाएँ  $Z_1 = 100 \angle 20^\circ \Omega$  और

$Z_2 = 50 \angle -50^\circ \Omega$  को श्रृंखला में जोड़ा गया है।

ध्रुवीय रूप में कुल अवबाधिता ज्ञात करो।

(b) यदि  $u = \tan^{-1} \frac{x^3 + y^3}{x + y}$ ,

सिद्ध करो

$$x \frac{\partial u}{\partial x} + y \frac{\partial u}{\partial y} = \sin 2u$$