

No. of Printed Pages : 10 Roll No.

3K4-MAM-02

December-2015

Applied Mathematics-I

Time : 3 hrs.]

[M. M. : 100

Note :

(1) Part 'A' may be attempted in first 6 pages of Answer Sheet.

भाग 'क' के सभी उत्तर, उत्तर-पुस्तिका के प्रथम छः पृष्ठों में ही करने हैं।

(2) Part 'B' in rest of the Sheets of Answer Sheet.

भाग 'ख' के उत्तर, उत्तर-पुस्तिका के अगले शेष पृष्ठों में लिखिए।

(3) Answer may be given in English or Hindi.
प्रश्नों के उत्तर अंग्रेजी अथवा हिन्दी में दीजिए।

Part 'A'

भाग 'क'

1 Attempt any 10 questions of the following :
10×2=20

किसी दस प्रश्नों के उत्तर दीजिए :

(i) Write the common difference of the AP whose n th term is $a_n - 6n - 1$.

एक संश्लेषण का n वाँ पद $a_n - 6n - 1$ है, श्रेणी का पदांतर

ज्ञात कीजिए।

G-1510

(P. T. O.)

- (ii) Find the n th term of the progression $\frac{1}{4}, \frac{-1}{2}, 1, -2, \dots$ and write its sum of first n terms.

श्रेणी $\frac{1}{4}, \frac{-1}{2}, 1, -2, \dots$ का n वाँ पद तथा प्रथम n पदों का योग ज्ञात कीजिए।

- (iii) If $\sin A = \frac{3}{5}$ where $0 < A < 90^\circ$, find the value of $\sin 2A$.

$\sin A = \frac{3}{5}$ जबकि $0 < A < 90^\circ$ है, $\sin 2A$ का मान ज्ञात कीजिए।

- (iv) Find a vector of magnitude 4 units which is parallel to the vector $\sqrt{3}\hat{i} + \hat{j} - \hat{k}$

सदिश $\sqrt{3}\hat{i} + \hat{j} - \hat{k}$ के समान्तर तथा 4 इकाई माप के सदिश को ज्ञात कीजिए।

- (v) Find the eccentricity of the ellipse

$$9x^2 + 16y^2 = 144$$

दीर्घवृत्त $9x^2 + 16y^2 = 144$ की उत्केन्द्रता ज्ञात कीजिए।

- (vi) Find the values of x, y and z if:

$$\begin{bmatrix} x & 3 \\ 4 & 2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 & y \\ 1 & -2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -2 & z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 & 0 \\ 7 & 3 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} x & 3 \\ 4 & 2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 & y \\ 1 & -2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -2 & z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 & 0 \\ 7 & 3 \end{bmatrix}$$

में x, y तथा z को ज्ञात कीजिए।

- (vii) Find the position vector of a point which divides the join of the points $2\vec{a} - 3\vec{b}$ and $3\vec{a} - 2\vec{b}$ internally in the ratio 2:3.

$2\vec{a} - 3\vec{b}$ तथा $3\vec{a} - 2\vec{b}$ बिन्दुओं को जोड़ने वाली रेखा को 2 : 3 अनुपात में आन्तरिक रूप से विभक्त करने वाले बिन्दु का स्थिति सदिश ज्ञात कीजिए।

- (viii) Find the equation of the line through the points (1, -1) and (3, 5).

(1, -1) व (3, 5) बिन्दुओं से जाने वाली रेखा का समीकरण ज्ञात कीजिए।

- (ix) Determine 'a' so that the line passing through (3, 4) and (a, 5) makes 135° angle with positive direction of x-axis.

(3, 4) व (a, 5) से जाने वाली रेखा x-अक्ष की धन दिशा से 135° के कोण पर है, तो 'a' का मान ज्ञात कीजिए।

- (x) Find a point on x-axis which is equidistant from the points (-1, 3) and (2, 5)

(-1, 3) तथा (2, 5) से समान दूरी पर तथा x-अक्ष पर स्थित बिन्दु को ज्ञात करो।

(xi) Find the equation of the circle drawn on the intercept made by the line $3x + 2y = 6$ between the coordinate axes as diameter.

रेखा $3x + 2y = 6$ से निर्देशांक अक्षों के बीच अंतः क्षेत्र को व्यास लेकर बने वृत्त का समीकरण ज्ञात कीजिए।

(xii) If $A = \begin{bmatrix} k & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$ and $B = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$ then find k

for which $A^2 = B$.

$A = \begin{bmatrix} k & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$ तथा $B = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$ तथा $A^2 = B$ है,

तो k को ज्ञात कीजिए।

(xiii) For what value of x the matrix $\begin{bmatrix} 1+x & 6 \\ 3-x & 7 \end{bmatrix}$ is singular?

is singular?

मैट्रिक्स $\begin{bmatrix} 1+x & 6 \\ 3-x & 7 \end{bmatrix}$ सिंगुलर है, तो x का क्या मान

है ?

(xiv) Find the focus, equation of directrix and length of the latus rectum of the parabola

$$y^2 = 8x.$$

परवलय $y^2 = 8x$ की नाभि, नियता की समीकरण, नाभिलम्ब की लम्बाई को ज्ञात करो।

2 Attempt any 5 questions from the following : $5 \times 4 = 20$

किन्हीं पाँच प्रश्नों के उत्तर दीजिए :

(i) If $\operatorname{cosec} \theta + \cot \theta = p$, find the values of $\sin \theta$ and $\cos \theta$.

$\operatorname{cosec} \theta + \cot \theta = p$ तो $\sin \theta$ तथा $\cos \theta$ के मान ज्ञात कीजिए।

(ii) Find the projection of the vector $\hat{i} - 2\hat{j} + \hat{k}$ on the vector $4\hat{i} - 4\hat{j} + 7\hat{k}$.

सदिश $4\hat{i} - 4\hat{j} + 7\hat{k}$ पर सदिश $\hat{i} - 2\hat{j} + \hat{k}$ का प्रक्षेप ज्ञात कीजिए।

(iii) Find the term independent of x in the expansion of $\left(3x^2 - \frac{1}{2x^3}\right)$

$\left(3x^2 - \frac{1}{2x^3}\right)$ के प्रसार में x मुक्त पद को ज्ञात

कीजिए।

(iv) Find the sum of n terms of the series :

$$0.7 + 0.77 + 0.777 + \dots$$

श्रेणी $0.7 + 0.77 + 0.777 + \dots$ के n पदों का

योग ज्ञात कीजिए।

- (v) Resolve $\frac{x^3 - 4x^2 + 2x + 2}{x^2 - 5x + 6}$ into partial fractions.

$$\frac{x^3 - 4x^2 + 2x + 2}{x^2 - 5x + 6} \text{ को आंशिक भिन्नों में विभक्त}$$

कीजिए।

- (vi) Show that :

$$\begin{vmatrix} b+c & c+a & a+b \\ q+r & r+p & p+q \\ y+z & z+x & x+y \end{vmatrix} = 2 \begin{vmatrix} a & b & c \\ p & q & r \\ x & y & z \end{vmatrix}$$

सिद्ध कीजिए :

$$\begin{vmatrix} b+c & c+a & a+b \\ q+r & r+p & p+q \\ y+z & z+x & x+y \end{vmatrix} = 2 \begin{vmatrix} a & b & c \\ p & q & r \\ x & y & z \end{vmatrix}$$

- (vii) Find the equation of the line passing through a point (2, 3) such that the segment of the line intercepted between the axes, is bisected at this point.

(2, 3) से जाने वाली रेखा का अक्षों के बीच का भाग इसी बिन्दु पर द्विभाजित हो, तो रेखा का समीकरण ज्ञात कीजिए।

- (viii) If p is the length of the perpendicular from the origin to the line $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$, then prove

$$\text{that } \frac{1}{p^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2}$$

रेखा $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$ पर मूल-बिन्दु से लम्ब की लम्बाई p है,

तो सिद्ध कीजिए कि :

$$\frac{1}{p^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2}$$

Part 'B'

भाग 'ख'

Attempt any 3 questions of the following: $20 \times 3 = 60$

भिन्न में से किन्हीं तीन प्रश्नों के उत्तर दीजिए :

- 3 (a) Find the image of the point (-8, 12) in the line mirror $4x + 7y + 13 = 0$

रेखा दर्पण $4x + 7y + 13 = 0$ में बिन्दु (-8, 12) का

प्रतिबिम्ब ज्ञात कीजिए।

- (b) The digits of a positive integer having three digits, are in A.P. and their sum is 15. The number obtained by reversing the digits is 594 less than the original number. Find the number.

तीन अंकों के धन पूर्णांक के अंक समान्तर श्रेणी में है तथा उनका योग 15 है। अंकों का क्रम उलटने से प्राप्त अंक, पहले अंक से 594 कम है। इस प्रकार पहला अंक ज्ञात कीजिए।

- 4 (a) Show that the points A, B and C with position vectors $\vec{a} = 3\hat{i} - 4\hat{j} - 4\hat{k}$, $\vec{b} = 2\hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$ and $\vec{c} = \hat{i} - 3\hat{j} - 5\hat{k}$ respectively form the vertices of a right angled triangle.

सिद्ध कीजिए कि स्थिति सदिशों $\vec{a} = 3\hat{i} - 4\hat{j} - 4\hat{k}$, $\vec{b} = 2\hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$ तथा $\vec{c} = \hat{i} - 3\hat{j} - 5\hat{k}$ के तीन बिन्दुओं क्रमशः A, B व C से एक समकोण त्रिभुज बनता है।

- (b) Find the equation of the hyperbola whose directrix is $2x + y = 1$, focus is $(1, 2)$ and eccentricity is $\sqrt{3}$.

$2x + y = 1$ नियता, $(1, 2)$ नाभि तथा $\sqrt{3}$ उत्केन्द्रता के अतिपरवलय का समीकरण ज्ञात कीजिए।

- 5 (a) In a triangle ABC if $\cot A, \cot B, \cot C$ are in A.P. then show that a^2, b^2, c^2 are in A.P. त्रिभुज ABC में $\cot A, \cot B, \cot C$ स.श्रे. में है। सिद्ध कीजिए कि a^2, b^2, c^2 भी स.श्रे. में हैं।

(b) Prove that :

$$\begin{vmatrix} 1+a & 1 & 1 \\ 1 & 1+b & 1 \\ 1 & 1 & 1+c \end{vmatrix} = abc \left(1 + \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} \right)$$

सिद्ध कीजिए :

$$\begin{vmatrix} 1+a & 1 & 1 \\ 1 & 1+b & 1 \\ 1 & 1 & 1+c \end{vmatrix} = abc \left(1 + \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} \right)$$

- 6 (a) From the top of a building 60 metre high the angles of depression of the top and bottom of a tower are observed to be 30° and 60° . Find the height of the tower.

60 मी. ऊँचे भवन के शीर्ष से एक मीनार के शीर्ष व पाद के निम्नायन कोण क्रमशः 30° व 60° हैं। मीनार की ऊँचाई ज्ञात कीजिए।

- (b) Let $f(x) = x^2 - 5x + 6$ then find $f(A)$, if

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 3 \\ 1 & -1 & 0 \end{bmatrix}$$

$f(x) = x^2 - 5x + 6$ तथा $A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 3 \\ 1 & -1 & 0 \end{bmatrix}$ हैं, तो $f(A)$ को ज्ञात करें।

3K4-MAM-02

(10)

- 7 (a) Find the equation of the circle concentric with the circle $2x^2 + 2y^2 + 8x + 10y - 39 = 0$ and having area equal to 16π square units.
वृत्त $2x^2 + 2y^2 + 8x + 10y - 39 = 0$ के समकेन्द्री वृत्त का समीकरण ज्ञात कीजिए जिसका क्षेत्रफल 16π वर्ग इकाई है।

- (b) Find the equation of the ellipse whose axes are parallel to the coordinate axes having its centre at $(2, -3)$, focus at $(3, -3)$ and one vertex at $(4, -3)$
निदेशांक अक्षों के समांतर अक्षों के दीर्घवृत्त का केन्द्र $(2, -3)$, नाभि $(3, -3)$ तथा एक शीर्ष $(4, -3)$ है। दीर्घवृत्त का समीकरण ज्ञात कीजिए।